View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk
brought to you by CORE

東洋大学学術情報リポジトリ　Toyo University Repository for Academic Resources

所得不確実性,出生力,および資産

著者	佐々木 啓介
著者別名	Sasaki Keisuke
雑誌名	経済論集
巻	24
号	2
ページ	21-32
発行年	1999-03
URL	http://id.nii.ac.jp/1060/00005412/

Creative Commons : 表示 - 非営利 - 改変禁止
http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/deed.ja

東洋大学「経済論集」 24巻2号 1999年3月

所得不確実性，出生力，および資産

佐々木 啓介

目 次

1．はじめに
2．モデルについて
3．最適出生力の導出
4．所得不確実性と出生力
5．おわりに

1．はじめに

多くの先進国が低出生力に困惑しているのに対し，多数の発展途上国において，高い出生力は必ずしも好ましいものと受け取られていない。高出生力が一人当り消費水準を低下させるために，貧困や飢餓が発生し，それが教育制度の充実を困難にすると考えられていることが，その理由である。この高出生力の要因としては，Mueller（1984）などが主張しているように，家計内の子供の労働力による所得上昇，あるいはDe Vos（1985），Vlassoff（1979，1980）などによる老後すなわち退職期における子供からの援助などがあげられている[1)]。

本稿の分析では，上記の結果を考慮し，家計内就労者は子供の労働力による所得増加が可能であり，そして老後に子供から援助を受けると仮定し，このとき直面するであろう所得不確実性を明示的に取り扱う。出生力すなわち人口成長率を経済成長モデルのなかで内生的に取り扱う試みはRazin & Ben-Zion（1975），Razin & Yuen（1995）などで行われているが，本稿ではこれまでの多期間資産決定モデルの枠組みに従いつつ，被養育期，就労期（あるいは養育期），そして退職期が存在し，各世代は就労期間においてのみ事前的に確定できない所得を毎期獲得すると仮定する。通常，

1）彼等は子供の養育費用の方が子供の労働所得よりも大きいことを理由に，子供の労働力による所得上昇を要因とするMueller（1984）などとは異なる立場，すなわち退職期に子供の援助を期待することが高出生力の要因であるとしている。

このような枠組みの下で不確実性は経済主体の生存期間に対して導入され，Champernowne (1969)，Levhari & Leonard (1977)，Hurd (1989) などが興味深い分析を行っている。また経済成長モデルに生存期間と所得，双方の不確実性を取り入れた代表的な分析として Caballero (1990, 1991) などがある。しかしながら，最初に述べたように，本稿においては分析の見通しをより良くするために不確実性は所得のみに発生すると仮定する[2)]。この所得不確実性の導入は出生力にどのような影響を及ぼし，また子供の労働力による所得増加や退職期における子供からの援助とどのように係わっているのだろうか。本稿の主旨は，この点について若干の考察を加えることにある。

次節ではモデルについて基本的な説明を行い，第3節では，このモデルから最適出生力を導出する。さらに第4節ではこの結果について図を用いて解説する。最終節では，結果の要約と今後の課題が述べられている。

2．モデルについて

本稿で利用するモデルについて簡単に説明したい。危険回避者 (*risk-averter*) である各家計の多期間にわたる効用を次の(1)式のように仮定する。ただし，E_0 は期待値オペレータである。

ここで，各期の効用 U（1期目から2T期目までの効用）は各期の消費量 c_t と子供の数 n から成り，各効用は $1/(1+\delta)$ によって割り引かれている（従って δ は時間選好率である)。すなわち各家計は消費水準とそれを享受する者（子供すなわち次世代）が多い方を好むということである。また，この経済主体は当該期における消費水準と子供数のどちらをより重視するのか，α と β の値により決定されている。

$$(1)\quad U(w_0)=\max_{\{c_t\}_{t=1}^{2T}} E_0 \sum_{t=1}^{2T}\left[-\frac{1}{\alpha\beta}\exp\left[-(\alpha c_t+\beta n)\right](1+\delta)^{1-t}\right]$$

ここで初期資産 w_0 の下で利子率 r，退職者への所得移転率 m，子供への消費配分率 m_c，さらに子供1人当たりの出生費用 f を用いると，前述の所得不確実性を明示的に考慮した予算制約は以下のようになる。ただし y_t は t 期の所得であり，それは撹乱項 $\tilde{\varepsilon}_0$ を含むために当該者は事前的に実現値を知り得ない。また，簡単化のために第1期目のみを出生可能期間と仮定する[3)]。このとき第1期の予算制約は次式(2)のようになる。

2）生存期間への不確実性導入の詳細については，上述の論文 Caballero (1990, 1991) を参照のこと。
3）ここで多期間にわたる出生可能期を仮定するのが妥当かもしれないが，結果の見通しを明瞭にするために，ここでは第1期のみを出生可能期としている。しかしながら，この仮定は本稿の結果に本質的な違いをもたらすことはない。就労期の前半部分に出生可能期の存在を仮定していることが，重要な点である。

(2)　$w_1 = (1+r)w_0 + (1-m)y_1 - c_1 - fn$. ただし $y_1 = y_0 + \tilde{\varepsilon}_0$.

さらに，ここで子供の労働による所得を仮定する。ただし d は親の労働力に対する割引率で，$0 \leq d < 1$ である。したがって，$d=0$ のとき子供の労働所得は存在しないことになる。このとき第2期から第 T 期までの就労期間の予算制約は次式(3)になる。

(3)　$w_t = (1+r)w_{t-1} + (1-m-m_c)y_t + dy_t n - c_t \ (t = 2, \ldots, T)$.
　　ただし $y_{t+1} = y_t + \tilde{\varepsilon}_t \ (t = 1, \ldots, T-1)$.

また，第 $T+1$ 期から第 $2T$ 期までを退職期間と仮定し，その消費は就労期間内に蓄積した資産と就労期内にある次世代からの援助すなわち所得移転を用いると仮定する。このとき退職期間内の予算制約は次の式で表される。ただし簡単化のために最後の第 $2T$ 期での資産蓄積量は $w_{2T} = 0$ と仮定している。

(4)　$w_t = (1+r)w_{t-1} + my_t n - c_t \ (t = T+1, \ldots, 2T)$.
　　ただし $y_{t+1} = y_t + \tilde{\varepsilon}_t \ (t = T, \ldots, 2T-1)$.

上式で表される就労期から退職期までの総効用 $U(w_0)$ を最大化するような資産蓄積経路ならびに最適出生力を求めるために，(a)出生可能な就労期間，(b)子供の労働所得が存在する（あるいは存在しない）就労期間，そして(c)就労期にある次世代の援助が存在する（あるいは存在しない）退職期間の3期間に分ける。このとき前述の最大化問題は以下のように分割される。

(a)　出生可能な就労期間（第1期）においては w_0 と w_1 を所与として，

(5)　$$u(w_0, w_1) = \max E_0 \left[-\frac{1}{\alpha\beta} \exp[-(\alpha c_t + \beta n)] \right]$$

$$\text{s. t.} \quad w_1 = (1+r)w_0 + (1-m)y_1 - c_1 - fn, \quad y_1 = y_0 + \tilde{\varepsilon}_0.$$

(b)　就労期間（第2期〜第 T 期）においては w_1 と w_T を所与として，

(6)　$$u(w_1, w_T) = \max_{\{c_t\}_{t=2}^{T}} E_0 \sum_{t=2}^{T} \left[-\frac{1}{\alpha\beta} \exp[-(\alpha c_t + \beta n)] (1+\delta)^{1-t} \right]$$

$$\text{s. t.} \quad w_1 = (1+r)w_{t-1} + (1-m)y_t - c_t, \quad y_{t+1} = y_t + \tilde{\varepsilon}_t.$$

(c)　退職期間（第 $T+1$ 期～第 $2T$ 期）においては w_T を所与として，

(7)　$$u(w_T)=\max_{\{c_t\}_{t=T+1}^{2T}} E\sum_{t=T+1}^{2T}\left[-\frac{1}{\alpha\beta}\exp\left[-(\alpha c_t+\beta n)\right](1+\delta)^{1-t}\right]$$

$$\text{s. t.}\quad w_t=(1+r)w_{t-1}+my_t n-c_t,$$

$$y_{t+1}=y_t+\tilde{\varepsilon}_t,\quad w_{2T}=0.$$

これら $2T$ 期間の効用の総和である以下の(8)式は，w_1 ならびに w_T を所与として(1)式を最大化したものである。

(8)　$$U(w_0)=u(w_0,w_1)+u(w_1,w_T)+u(w_T)$$

3．最適出生力の導出

本節では，前節において定義された各期間について最大化問題を解く。

(a)　出生可能な就労期間

不確実な所得 $y_1(\tilde{\varepsilon}_0)$ に対して，$E_0\exp[-\alpha(1-m)y_1(\tilde{\varepsilon}_0)]=-\alpha(1-m)y_0+\alpha^2(1-m)^2\sigma^2/2$ が成立する。したがって，このとき w_1 を所与としたときの第1期目の期待効用は，次の(9)式で表される。

(9)　$$u(w_0,w_1)=E_0\left[-\frac{1}{\alpha\beta}\exp\left[-(\alpha c_t+\beta n)\right]\right]$$

$$=-\frac{1}{\alpha\beta}\exp[-\alpha[(1+r)w_0-fn-w_1+(1-m)y_0-\alpha(1-m)^2\sigma^2/2]-\beta n]$$

(b)　就労期間（第2期～第 T 期）

このとき(6)式に関するベルマン方程式（*Bellman equation*）と以下の1階条件，

(10)　$$\lambda_t=\frac{1+r}{1+\delta}E_t\lambda_{t+1}$$

(11)　$$\lambda_t=\exp[-\alpha c_t-\beta n]/\beta.$$

ならびに包絡線定理（*envelope theorem*）を利用して，次式(12)のオイラー方程式（*Euler equation*）が得られる。

(12)　$$\exp[-\alpha c_t-\beta n]=\frac{1+r}{1+\delta}E_t\exp[-\alpha c_{t-1}-\beta n]$$

ここで(6)式の予算制約式を利用すると，以下の式が直ちに得られる。

$$(13)\quad c_T - c_t = y_T - y_t + (T-t)\left[\frac{1}{\alpha\beta}\log\left(\frac{1+r}{1+\delta}\right) + \alpha(1-m-m_c+d)^2\sigma^2/2\right]$$

$$(14)\quad c_t = (1+r)w_{T-1} - w_T + y_t - (T-t)\left[\frac{1}{\alpha\beta}\log\left(\frac{1+r}{1+\delta}\right) + \alpha(1-m-m_c+d)^2\sigma^2/2\right]$$

ここで $1/(1+r) = R$ とする。

$$(15)\quad w_{t-1} - Rw_t = w_{T-1} - Rw_T - R(T-t)\left[\frac{1}{\alpha\beta}\log\left(\frac{1}{R(1+\delta)}\right) + \alpha(1-m-m_c+d)^2\sigma^2/2\right]$$

$$(16)\quad w_{t-1} = C(1/R)^t + \frac{w_{T-1}-Rw_T}{1-R} - \frac{R}{1-R}\left[(T-t) - \frac{R}{1-R}\right]\left[\frac{1}{\alpha\beta}\log\left(\frac{1}{R(1+\delta)}\right) + (1-m-m_c+d)^2\sigma^2/2\right].$$

さらに $t=T$，すなわち $w_{t-1} = w_{T-1}$ のとき，

$$(17)\quad w_{t-1} = C(1/R)^t + \frac{w_{T-1}-Rw_T}{1-R} + \left(\frac{R}{1-R}\right)^2\left[\frac{1}{\alpha\beta}\log\left(\frac{1}{R(1+\delta)}\right) + (1-m-m_c+d)^2\sigma^2/2\right].$$

$$(18)\quad w_{t-1} = \frac{1-R^{T+1-t}}{1-R}w_{T-1} - \frac{R(1-R^{T-t})}{1-R}w_T + \frac{R[R-(1-R)(T-t)-R^{T+1-t}]}{(1-R)^2}\left[\frac{1}{\alpha\beta}\log\left(\frac{1}{R(1+\delta)}\right) + (1-m-m_c+d)^2\sigma^2/2\right]$$

ここで(15)式に(18)式を代入すると就労期間（第 2 期～第 T 期）の最適消費量が，以下のように得られる。このとき t 期（第 2 期～第 T 期）の資産蓄積量は(20)式で表される。

$$(19)\quad c_t = \frac{1-R}{1-R^{T+1-t}}\left[\frac{1}{R}w_{t-1} - R^{T-t}w_T\right] + (1-m)y_t - \left[\frac{R}{1-R} - \frac{(T+1-t)R^{T+1-t}}{1-R^{T+1-t}}\right]\left[\frac{1}{\alpha\beta}\log\left(\frac{1}{R(1+\delta)}\right) + (1-m-m_c+d)^2\sigma^2/2\right]$$

$$(20)\quad w_t = \frac{1-R^{T-t}}{1-R^{T+1-t}}w_{t-1} + \frac{(1-R)R^{T-t}}{1-R^{T+1-t}}w_T + \left[\frac{R}{1-R} - \frac{(T+1-t)R^{T+1-t}}{1-R^{T+1-t}}\right]\left[\frac{1}{\alpha\beta}\log\left(\frac{1}{R(1+\delta)}\right) + (1-m-m_c+d)^2\sigma^2/2\right]$$

上式を利用し，第 2 期から第 T 期における w_t の蓄積過程を表す次式(21)が導出され，第 2 期目の消費量(22)式が得られる。

(21) $$w_t=\frac{1-R^{T-t}}{1-R^{T-1}}w_1+\frac{R^{T-t}-R^{T-1}}{1-R^{T-1}}w_T$$
$$+\frac{R}{1-R}\left[(T-1)\ \frac{1-R^{T-t}}{1-R^{T-1}}-(T-t)\right]\left[\frac{1}{\alpha\beta}\log\left(\frac{1}{R(1+\delta)}\right)+(1-m-m_c+d)^2\sigma^2/2\right]$$

(22) $$c_2=\frac{1-R}{1-R^{T-1}}\left[\frac{1}{R}w_1-R^{T-2}w_T\right]+(1-m)y_2$$
$$-\left[\frac{R}{1-R}-\frac{(T-1)R^{T-1}}{1-R^{T-1}}\right]\left[\frac{1}{\alpha\beta}\log\left(\frac{1}{R(1+\delta)}\right)+(1-m-m_c+d)^2\sigma^2/2\right]$$

以上の結果より(b)就労期間（第２期～第 T 期）の効用 $u(w_1,w_T)$ が求められる。

(23) $$u(w_1,w_T)=-\left(\frac{p}{1+\delta}\right)\frac{1-R^{T-1}}{1-R}\frac{1}{\alpha\beta}\ \exp\left[-\alpha\left\{\frac{1-R}{1-R^{T-1}}\left(\frac{1}{R}w_1-R^{T-2}w_T\right)\right.\right.$$
$$\left.\left.+y_0-\left[\frac{R}{1-R}-\frac{(T-1)R^{T-1}}{1-R^{T-1}}\right]\left[\frac{1}{\alpha\beta}\log\left(\frac{1}{R(1+\delta)}\right)+(1-m-m_c+d)^2\sigma^2/2\right]-2(1-m-m_c)^2\sigma^2/2\right\}-\beta n\right]$$

(c)　退職期間（第 $T+1$ 期～第２T 期）

前節の仮定より，退職期間における消費は，それまで貯えた資産と就労期間内にある次世代からの所得移転から成る。このとき次世代の所得にも不確実性が存在し，次式(24)を用いると，(25)式が得られる。

(24) $$E_t\exp[-\alpha m y_{t+1}(\tilde{\varepsilon}_t)n]=-\alpha m y_t n+(\alpha m n)^2\sigma^2/2$$

(25) $$c_t=\frac{1-R}{R(1-R^{2T+1-t})}w_{t-1}+my_tn-\left[\frac{R}{1-R}-\frac{(2T+1-t)R^{2T+1-t}}{1-R^{2T+1-t}}\right]\left[\frac{1}{\alpha\beta}\ \log\left(\frac{1}{R(1+\delta)}\right)+m^2n^2\sigma^2/2\right]$$

ここで(b)就労期間（第２期～第 T 期）の(13)式を利用すると w_t に関する蓄積過程を表す次式(26)が導出され，$(T+1)$期目の消費量(27)式が得られる。

(26) $$w_t=\frac{1-R^{2T-t}}{1-R^T}w_T+\frac{R}{1-R}\left[N\ \frac{R^T-R^{2T-t}}{1-R^T}-(T-t)\right]\left[\frac{1}{\alpha\beta}\ \log\left(\frac{1}{R(1+\delta)}\right)+m^2n^2\sigma^2/2\right].$$

(27) $$c_{T+1}=\frac{1-R}{R(1-R^T)}\ w_T+my_tn-\left[\frac{R}{1-R}-\frac{TR^T}{1-R^T}\right]\left[\frac{1}{\alpha\beta}\ \log\left(\frac{1}{R(1+\delta)}\right)+m^2n^2\sigma^2/2\right].$$

以上の結果より，(c)退職期間（第 $T+1$ 期～第２T 期）の効用 $u(w_T)$ が求められる。

(28) $$u(w_T)=-(1+\delta)^{-T}\frac{1-R^T}{1-R}\frac{1}{\alpha\beta}\ \exp\left[-\alpha\left[\frac{1-R}{R(1-R^T)}\ w_T\right.\right.$$
$$\left.\left.+my_0n-\left(\frac{R}{1-R}-\frac{TR^T}{1-R^T}\right)\left[\frac{1}{\alpha\beta}\log\left(\frac{1}{R(1+\delta)}\right)+m^2n^2\sigma^2/2\right]-Tm^2n^2\sigma^2/2\right]-\beta n\right]$$

(d) 全期間（第1期～第2T期）

出生可能な就労期間の期待効用 $u(w_0, w_1{}^*)$ と就労期間の期待効用 $u(w_1{}^*, w_T)$ から $w_1{}^*$が得られ，第1期から第T期までの期待効用 $u(w_0, w_T)$ は以下のようになる。

$$(29)\quad u(w_0, w_T) = u(w_0, w_1{}^*) + u(w_1{}^*, w_T)$$
$$= \frac{1-R^T}{1-R}\frac{1}{\alpha\beta}\exp\left[-\alpha\left[\frac{1-R}{1-R^T}\left(\frac{1}{R}w_0 - R^{T-1}w_T - fn\right)\right.\right.$$
$$\left.\left.+(1-m)y_0 - \left(\frac{R}{1-R} - \frac{TR^T}{1-R^T}\right)\left[\frac{1}{\alpha\beta}\log\left(\frac{1}{R(1+\delta)}\right) + (1-m)^2\sigma^2/2\right] - (1-m)^2\sigma^2/2\right] - \beta n\right].$$

上の(29)式と退職期間の効用から $w_T{}^*$ が得られ，第T+1期から第2T期までの期待効用は次式(30)により表される。

$$(30)\quad u(w_T{}^*) = -(1+\delta)^{-T}\frac{1-R^T}{1-R}\frac{1}{\alpha\beta}\exp\left[-\alpha\left\{\frac{1-R}{R(1-R^{2T})}(w_0 - Rfn)\right.\right.$$
$$+\frac{1-R^T}{1-R^{2T}}\left[(1-m)y_0 - \left(\frac{1}{1-R} - \frac{TR^T}{1-R^T}\right)(1-m)^2\sigma^2/2\right]$$
$$+\frac{R^T(1-R^T)}{1-R^{2T}}\left[my_0n - \left(\frac{1}{1-R} - \frac{TR^T}{1-R^T}\right)m^2n^2\sigma^2/2\right]$$
$$\left.\left.+\left[\frac{1-R^T}{1-R^{2T}}\left(\frac{T}{1-R^T} - \frac{TR^T}{1-R^T}\right) + \left(\frac{TR^T}{1-R^T} - \frac{R}{1-R}\right)\right]\frac{1}{\alpha\beta}\log\left(\frac{1}{R(1+\delta)}\right)\right\} - \beta n\right].$$

したがって，出生可能な就労期以降すなわち第1期から最後の第2 T期までの総期待効用 $U(w_0)$ は次式のようになる。

$$(31)\quad U(w_0) = u(w_0, w_T{}^*) + u(w_T{}^*)$$
$$= -(1+\delta)^{-T}\frac{1-R^{2T}}{(1-R)R^T}\frac{1}{\alpha\beta}\exp\left[-\alpha\left\{\frac{1-R}{R(1-R^{2T})}(w_0 - Rfn)\right.\right.$$
$$+\frac{1-R^T}{1-R^{2T}}\left[(1-m)y_0 - \left(\frac{1}{1-R} - \frac{TR^T}{1-R^T}\right)\frac{(1-m)^2\alpha\sigma^2}{2}\right]$$
$$+\frac{R^T(1-R^T)}{1-R^{2T}}\left[my_0n - \left(\frac{1}{1-R} - \frac{TR^T}{1-R^T}\right)\frac{m^2n^2\alpha\sigma^2}{2}\right]$$
$$\left.\left.+\left(\frac{2T}{1-R^{2T}} - \frac{R}{1-R} - T\right)\frac{1}{\alpha}\log\left(\frac{1}{R(1+\delta)}\right)\right\} - \beta n\right]$$

この結果より，最適出生力は以下の1階条件（ならびに2階条件）を満たしている。

$$(32)\quad \partial U(w_0, n)/\partial n = \left\{-\alpha\left[\frac{1-R^T}{1-R^{2T}}\left[R^T\left[my_0 - \left(\frac{1}{1-R} - \frac{TR^T}{1-R^T}\right)\alpha m^2n\sigma^2\right]\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.+(1-m-m_c+d)y_0 - \left(\frac{1}{1-R} - \frac{TR^T}{1-R^T}\right)\alpha\left[(1-m)d + d^2n\right]\sigma^2\right] - \frac{(1-R)f}{1-R^{2T}}\right] - \beta\right\}$$
$$\times U(w_0, n) = 0$$

したがって，この家計の最適出生数n^*が上式より得られ，以下の結果が得られる。

$$(*)\quad \frac{\partial n^*(\sigma^2)}{\partial \sigma^2} \gtrless 0 \Leftrightarrow d \gtrless f(m, m_c, R, y_0, T, f, \alpha, \beta).$$

次節では，上記の結果について図を利用し考察を加える。

4. 所得不確実性と出生力

前節で得られた最適出生力ならびに所得不確実性との関係について，２つのケースが得られる。以下では各々のケースについて図を用いて説明を加える。

結果１） 下の**図1—1**において縦軸は各期の期待所得$E[y_0+\tilde{\varepsilon}_0]$，横軸は所得の分散値$\sigma^2$を表している。また曲線$n$はなど出生力曲線（*iso-fertility curve*）であり，それらの曲線上では同一の出生力が得られる。このとき上方に位置するなど出生力曲線がより高い出生力を表し，下図においては$n_1>n_2>n_3$が成立している。したがって所与の期待所得に対して所得の分散値σ^2の増大は最適出生力を低下させることが分かる。また効用関数の仮定から推察されるように期待所得の増加は最適出生力を上昇させる。

このとき，この家計の最適出生力と期待される資産蓄積過程は，次の**図1—2**によって示されている。ただし縦軸は資産ストックw_tと最適出生力n^*，横軸は期間tを表している。さらに２つの曲線は所得の分散値σ^2が高いケース（$\sigma^2=H$）と低いケース（$\sigma^2=L$）について得られたものである。この図から分かるように，所得不確実性の増大すなわち分散値の増大は，就労期前半の資産蓄

図１－１

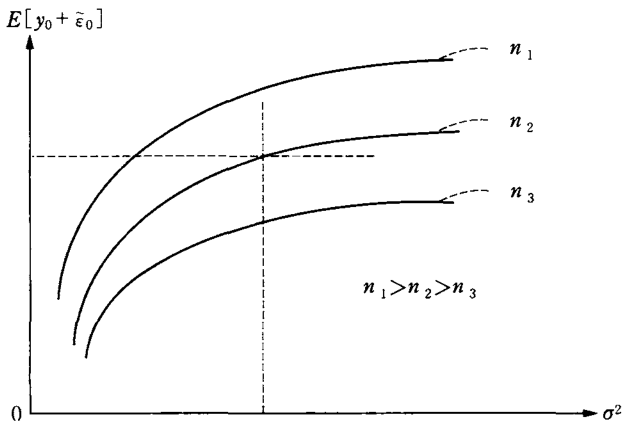
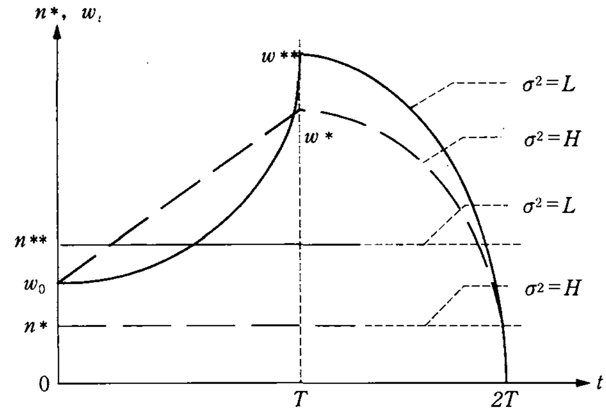


図1－2



積を促し，その結果，退職期直前の資産ストック w^* は，w^{**} に比較すると，低い値をとることになる。つまりこの家計は危険回避者（*risk-averter*）であるために，就労期前半の資産を増加させることにより，リスクに対処しているのである。それゆえ就労期の前半に出生力を持つこの経済主体は，出生力を低下させることにより最適化を図ることになる。そして，このことが最初の**図1―1**の状況を発生させている。ただしこの結果は子供の労働効率 d $(0<d<1)$ の値が十分小さいケースにおいて生じる。

結果2）下の**図2―1**において，前述の**結果1**と同様に縦軸は各期の期待所得 $E[y_0+\tilde{\varepsilon}_0]$，横軸は所得の分散値 σ^2 を表し，各曲線 n はなど出生力曲線である。このとき上方に位置するなど出生力曲線がより高い出生力を表し，下図においては $n_1>n_2>n_3$ が成立している。しかしながらこの結果は前の結果と異なり，所与の期待所得に対して所得の分散値 σ^2 の増大は最適出生力を上昇させる。

図2－1

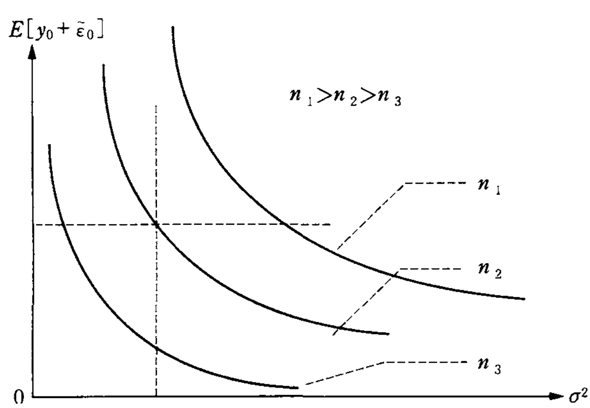
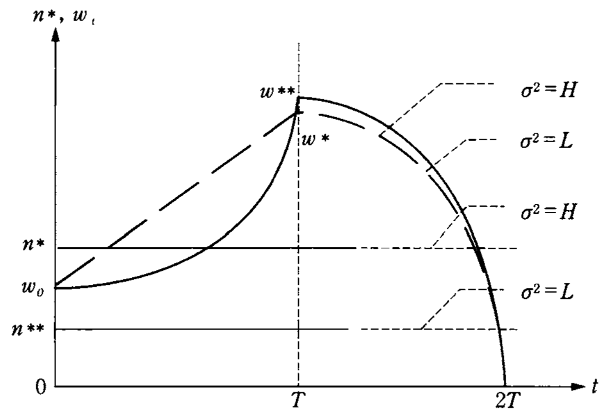


図2－2



これはこの図の各出生力曲線を横切る点線で確認できる。また期待所得の増加は，同様に最適出生力を上昇させる。

前節と同様に，家計の期待される資産蓄積過程を図示化することにより，上記の最適出生力と分散値の関係について調べる。これは上の**図2－2**において示されている。ただし縦軸は資産ストック w_t と最適出生力 n^*，横軸は期間 t を表している。さらに前述の結果と同様に2つの曲線は所得の分散値 σ^2 が高いケース（$\sigma^2=H$）と低いケース（$\sigma^2=L$）について得られたものである。上の図**2－2**は，所得不確実性の増大すなわち分散値の増大が，就労期前半の資産蓄積を促し，その結果，退職期直前の資産ストック w^* は，w^{**} に比較すると，低い値をとることになる。しかしながら危険回避者であるこの家計は，子供の労働力を利用することにより就労期前半の資産を上昇させる。すなわち最初の**結果1**とリスクに対処する方法が異なっている。前者のケースでは出生力を低下させ資産蓄積を増加させるのに対し，ここでは子供の労働力を利用することにより資産蓄積を上昇させ，そのリスクに対応している。したがって所得の分散値 σ^2 の増大は，就労期の前半に出生力を持つこの経済主体の出生力を上昇させる。このことが分散値の効果を**結果1**と逆に作用させ，最初の図**2－1**の様な状態をもたらしている。ただしこの結果は子供の労働効率 $d(0<d<1)$ の値が十分大きいケースにおいて得られる。

5. おわりに

本稿の主要な目的は，家計内就労者が子供の労働力による所得増加と老後に子供から援助を受けることが可能であると仮定し，このとき直面するであろう所得不確実性は出生力にどのような影響を及ぼし，子供の労働力による所得増加や退職期における子供からの援助とどのように係わってい

るのか考察することにあった。得られた諸結果の一部は以下の通りである。

(ｉ) 期待所得の分散値の増大が就労期前半の資産蓄積を増加させ，出生力の増加は養育費用を伴うので，その結果，所得不確実性の増大は出生力を低下させる。このとき危険回避者であるこの経済主体は効用を低下させる。

(ii) 期待所得の分散値の増大が就労期前半の資産蓄積を増加させるが，このとき子供の労働力を利用することにより家計内所得を上昇させるため，その結果，所得不確実性の増大は出生力を上昇させる。このとき危険回避者であるこの経済主体は効用を低下させる。

以上の様な結果が得られるのは，子供の労働効率（あるいはその社会において制度的に子供の労働が是認されているかどうか）の程度により，所得不確実性の存在が異なった効果を与えるからである。

効用関数の相対的危険回避度一定の仮定の下では結果のみならず含意も不鮮明なものになるため本稿では絶対的危険回避度一定の仮定を置いた。しかしながら，前者の仮定の下でも不確実性を伴う所得の分散値は各々の効果を通して危険回避者である家計に同様の影響を与えるであろう。結果の一般性についてはさらに分析を加える必要があるものの，将来の所得が確定しない状況下における出生力の低下ならびに上昇を考える上で，本稿の結果は興味深い示唆を与えていると思われる。

参考・引用文献

Auerbach, A. J. and Kotlikoff, L. T., (1992), "The Impact of the Demographic Transition on Capital Formation", *Scandinavian Journal of Economics* 94, 281-295.

Becker, Gary S., (1960), "An Economic Analysis of Fertility", *Demographic and Economic Change in Developing Countries,* R. Easterlin (ed.), Princeton : Princeton Univ. Press.

—— and Lewis, H.G., (1973), "On the Interaction between the Quantity and Quality of Children", *Journal of Political Economy* 81, S279-288.

Champernowne, D. G., (1969), *Uncertainty and Estimation in Economics, vol. 3,* SanFrancisco : Holden-Day.

Caballero, R., (1990), "Consumption Puzzles and Precautionary Saving", *Journal of Monetary Economics* 25, 113-136.

——, (1991), "Earnings Uncertainty and Aggregate Wealth Accumulation", *American Economic Review* 81, 859-872.

Davies, James B., (1981), "Uncertain Lifetime, Comsumption, and Dissaving in Retirement", *Journal of Political Economy* 86, 561-577.

De Vos, S., (1985), "An Old-Age Security Incentive for Children in the Philippines and Taiwan", *Economic Development and Cultural Change* 33, 793-814.

Hurd, Michael D., (1989), "Mortality Risk and Bequests", *Econometrica* 57, 779-813.

Levhari, David and Mirman, Leonard J., (1977), "Savings and Comsumption with an Uncertain Horizon", *Journal of Political Economy* 85, 265-281.

Modigliani, Franco, (1988), "The Role of Intergenerational Transfers and Life Cycle Saving in the Accumulation of Wealth", *Journal of Economic Perspectives* 2, 15-40.

Mueller, E., (1984), "The Value and Allocation of Time in Rural Botswana", *Journal of Development Economics* 15, 329-360.

大淵寛（1988）『出生力の経済学』中央大学出版会。

Razin, Assaf and Ben-Zion, Uri, (1975), "An International Model of Population Growth", *American Economic Review* 69, 923-933.

—— and Yuen, Chi-Wa, (1995), "Utilitarian Tradeoff Between Population Growth and Income Growth", *Journal of Population Economics* 8, 329-360.

Sasaki, K., (1993), "Fertility and Income Uncertainty", *mimeo*, Univ. of Tsukuba.

Skinner, J., (1988), "Risky Income, Life Cycle Consumption, and Precautionary Savings", *Journal of Monetary Economics* 22, 237-255.

Vlassoff, M., (1979), "Labour Demand and Economic Utility of Children : A Case Study in Rural India", *Population Studies* 33, 415-428.

—— and Vlassoff, C., (1980), "Old Age Security and the Utility of Children in Rural India", *Population Studies* 34, 487-499.

Ward, M.P. and Butz, W.P., (1980), "Completed Fertility and its Timing", *Journal of Political Economy* 88, 917-940.

Weil, Philippe, (1989), "Overlapping Families of Infinitely-Lived Agents", *Journal of Public Economics* 38, 183-198.

Willis, R.J., (1973), "A New Approach to the Economic Theory of Fertility Behavior", *Journal of Political Economy* 81, S14-64.

Yaari, M., (1964), "On the Consumer's Lifetime Allocation Process", *International Economic Review* 32, 137-150.

——, (1965), "Uncertain Lifetime, Life Insurance, and the Theory of the Consumer", *Review of Economic Studies* 32, 137-150.